Областное государственное автономное образовательное учреждение
дополнительного профессионального образования
«Институт повышения квалификации педагогических работников».
ОО «Педагогическая ассоциация ЕАО РФ»

СИСТЕМАТИЗАЦИЯ ЗАДАЧ ПО ГЕОМЕТРИИ ПРИ ПОДГОТОВКЕ УЧАЩИХСЯ К ЕГЭ

Из опыта работы
Парыгиной Ирины Анатольевны,
учителя математики
МКОУ СОШ с. Биджан

Биробиджан, 2012 г.

Систематизация задач по геометрии при подготовке учащихся к ЕГЭ : из опыта работы Парыгиной И.А., учителя математики МКОУ СОШ с. Биджан. – Биробиджан : ОблИПКПР, 2012. – 24 с.

Сборник «Систематизация задач по геометрии при подготовке учащихся к ЕГЭ» рекомендован к печати и практическому применению в ОУ Еврейской автономной области решением редакционно-издательского совета ОблИПКПР от 25.12. 2012 года.

Составитель
Черкашина Н.П., старший преподаватель кафедры естественно-научных дисциплин ОблИПКПР

Ответственный редактор
Файн Т.А., к.п.н., доцент, ректор ОГАОУ ДПО ИПКПР, член-корреспондент МАНПО, почетный работник общего образования

Ответственный за выпуск
Корниенко Е.Л., зав. редакционно-издательским отделом ОблИПКПР

Компьютерная верстка
Серга Т.Н., технический редактор ОблИПКПР

В данном сборнике представлен опыт работы учителя математики И. А. Парыгиной по подготовке обучающихся к ЕГЭ. Ирина Анатольевна обобщила и систематизировала материал по планиметрии и стереометрии, представленный в различных источниках по подготовке к единому государственному экзамену.

Данный материал будет полезен учителям общеобразовательных учреждений, преподавателям НПО, студентам ПГУ им. Шолом-Алейхема.

СОДЕРЖАНИЕ

СЛОВО ОБ УЧИТЕЛЕ

Парыгина Ирина Анатольевна имеет высшее образование, окончила в 1986 году Хабаровский государственный педагогический институт по специальности «учитель физики и математики». В МКОУ СОШ с. Биджан работает с 1986 года. Стаж педагогической работы на 1 сентября 2012 года составляет 26 лет. Ирина Анатольевна имеет первую квалификационную категорию по должности «учитель».

Уроки Ирины Анатольевны организованы, продуманы, интересны, учитель использует в образовательном и воспитательном процессе новые педагогические технологии, активные формы и методы обучения, направленные на интеллектуальное развитие личностей учащихся. Ирина Анатольевна применяет различные методы преподавания предмета, учитывая индивидуальные особенности обучающихся. На уроках педагог сочетает словесные и наглядные, практические, проблемно-поисковые методы преподавания, прививает интерес к предмету, повышает познавательную активность учащихся, сознательное отношение к учебной деятельности. В процессе преподавания Ирина Анатольевна приучает обучающихся к самостоятельной работе, поиску нетрадиционных решений, творческой работе, предлагает различные виды самостоятельных работ, которые требуют мобилизации знаний, умений, способностей принимать самостоятельные решения, размышлять, анализировать, учиться работать с учебником, в 5-6 классах использует элементы устного счёта. Ирина Анатольевна использует различные формы уроков: урок-лекция, нестандартные уроки, уроки-практикумы. Применяет индивидуальный и дифференцированный подход при работе со слабыми учащимися. Для повышения качества знаний применяет разноуровневые, дифференцированные задания.

Уроки Ирины Анатольевны всегда открыты для коллег. Учитель умело анализирует свою деятельность, ведёт тематический учёт знаний и умений обучающихся, учитывает при взаимодействии с учащимися индивидуальные особенности их развития, старается осуществить дифференцированный подход в обучении на основе результатов диагностирования. Постоянно работает над повышением квалификации.

На протяжении трёх лет обучающиеся Ирины Анатольевны участвуют в международном математическом конкурсе-игре «КЕНГУРУ».

Среди выпускников Ирины Анатольевны есть медалисты, призёры районных олимпиад, активные участники школьных интеллектуальных марафонов и внеклассных мероприятий по предметам.

Ирина Анатольевна обладает адаптивным стилем поведения педагогического общения, старается создать вокруг себя доброжелательную обстановку сотрудничества с коллегами. Умело осуществляет функции педагога-наставника, оказывая помощь студентам при прохождении государственной преддипломной практики.

Ирина Анатольевна имеет глубокие, всесторонние знания своего предмета, владеет методами научно-исследовательской, экспериментальной работы. Ирина Анатольевна является автором нескольких статей журнала «Педагогический Вестник ЕАО» «Система подготовки учащихся к ЕГЭ», «Систематизация задач по геометрии при подготовке к ЕГЭ», участница муниципальных научно-практических конференций. Учащиеся Ирины Анатольевны выполняют под её руководством научно-исследовательские проекты по математике, участвуют в районных и Всероссийских конкурсах.

В 2004 году Ирина Анатольевна Парыгина награждена Благодарственным письмом Управления образования правительства ЕАО. В 2005 году объявлена Благодарность Законодательного собрания ЕАО. В 2007 году награждена Почетной грамотой Министерства образования и науки РФ. В 2010, 2012 году награждена Благодарственным письмом за «Организацию внеурочной деятельности школьников, развитие у школьников интереса к математике, работу с одарёнными детьми». В 2011 году награждена дипломом за подготовку призёров Всероссийского молодёжного математического чемпионата. В 2012 году награждена дипломом за активное участие во Всероссийском молодёжном математическом чемпионате.

Черкашина Н.П., старший преподаватель ОблИПКПР

СИСТЕМАТИЗАЦИЯ ЗАДАЧ ПО ГЕОМЕТРИИ ПРИ ПОДГОТОВКЕ УЧАЩИХСЯ К ЕГЭ

Как подготовится к экзамену по геометрии, и научиться решать задачи?! Казалось бы, для этого нужно решать задачи, предлагавшиеся на экзаменах в прошлые годы. Однако, если работать таким образом, то результат может оказаться вовсе не тем, который ожидается.

В каждом новом году экзаменационные задачи отличаются от задач прошлых лет, и из того, что вы узнали, как решаются задачи, предлагавшиеся на экзаменах в прошлые годы, не следует, что вы сможете решать другие задачи.

Важно, чтобы задачи, предлагаемые для подготовки к экзаменам, носили развивающий, системный характер, создавали базу для решения других задач.

Анализ результатов ЕГЭ в части геометрии показывает, что основные трудности решения задач по стереометрии связаны не столько с недостатками, вызванными незнанием формул и теорем или неумением их применять, сколько с недостаточно развитыми пространственными представлениями, неумением правильно изобразить пространственную ситуацию, установить взаимное расположение точек, прямых и плоскостей, указанных в задачи части С.

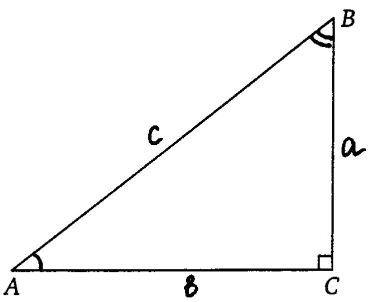
При подготовке к ЕГЭ в 10 классе я разбиваю материал по геометрии на 2 раздела: планиметрия и стереометрия. Обучающиеся самостоятельно подготавливают в виде развёрнутой шпаргалки справочный материал по разделам геометрии: треугольники, четырёхугольники, окружность, взаимное расположение точек, прямых и плоскостей, взаимное расположение двух прямых в пространстве, угол между двумя прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между двумя плоскостями, расстояние от точки до прямой, расстояние от точки до плоскости, расстояние между двумя прямыми, объём фигур в пространстве, площадь поверхности тел. Затем этот справочный материал мы вместе проверяем и дополняем. В нём также содержатся теоремы, определения, свойства, чертежи.

При подготовке к экзамену мы сначала рассматриваем несколько опорных задач по выбранной теме. Три задачи старшеклассники решают самостоятельно, затем я проверяю правильность их выполнения на консультации. В течение недели ребята задают вопросы по решению задач, если они возникают.

Рассмотрим несколько тем из планиметрии.

1. **Треугольники**. Повторяем теоретический материал.

- Свойства прямоугольного треугольника
- Теорема Пифагора $c^2=a^2+b^2$
- Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника



$$sinA=\frac{a}{c} \qquad sinB=\frac{b}{c}$$

$$cosA=\frac{b}{c} \qquad cosB=\frac{a}{c}$$

$$tanA=\frac{a}{b} \qquad tanB=\frac{b}{a}$$

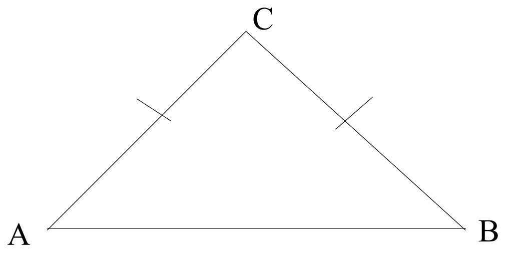
- Свойство равнобедренного треугольника
- Внешний угол треугольника
- Сумма углов треугольника
- Тригонометрические функции углов (формулы привидения)

- Теорема синусов
- Теорема косинусов

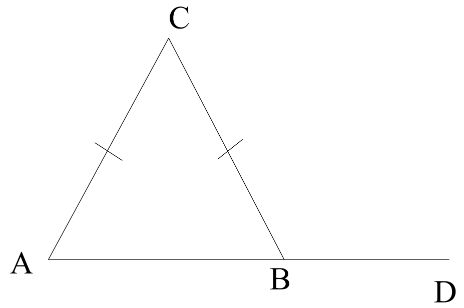
После повторения теории приступаем к разбору заданий из части В ЕГЭ.

Углы треугольника

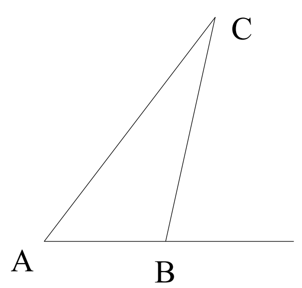
1. В треугольнике *ABC* угол *C* равен 118^0, *AC*=*BC*. Найдите угол *A*.



2. В треугольнике *ABC* *AC*=*BC*, угол *C* равен 52^0. Найдите внешний угол *CBD*.

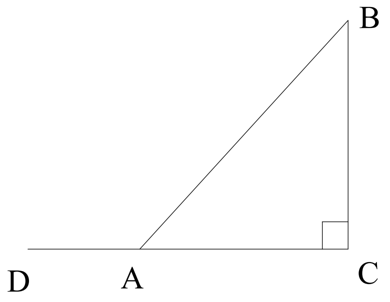


3. Один из внешних углов треугольника равен 85^0. Углы, не смежные с данным внешним углом, относятся как 2:3. Найдите наибольший из них.

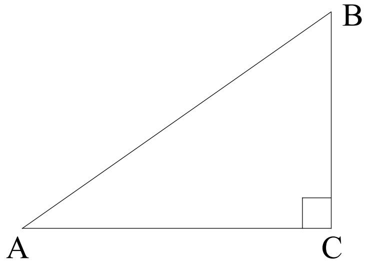


Тригонометрические функции углов

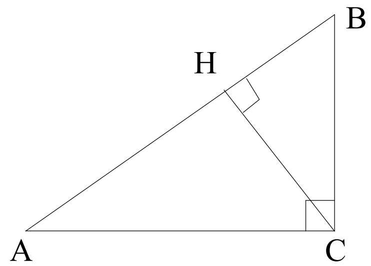
1. В треугольнике ABC угол C равен 90^0, угол A равен 60^0. Найдите косинус угла BAD.



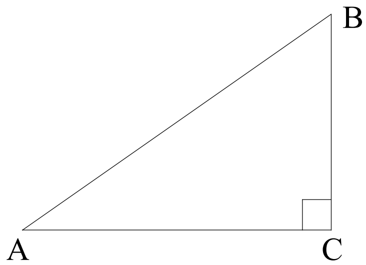
2. В треугольнике ABC угол C равен 90^0, sinA=0,6. Найдите cosA.



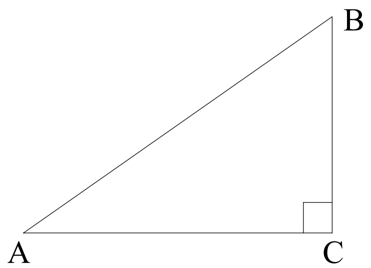
3. В треугольнике ABC угол C равен 90^0, BC=10, высота CH равна 8. Найдите cosA.



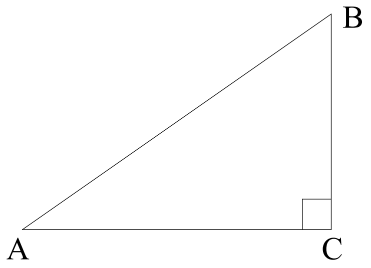
4. В треугольнике ABC угол C равен 90^0, AB=10, AC=8. Найдите sinA.



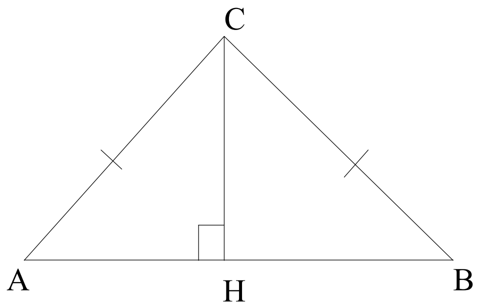
5. В треугольнике ABC угол C равен 90^0, AB=10, BC=6. Найдите cosA.



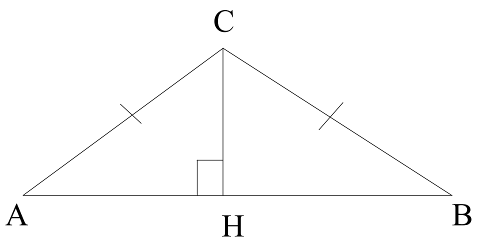
6. В треугольнике ABC угол C равен 90^0, AB=10, AC=8. Найдите tgA.



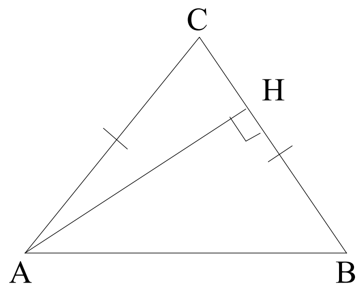
7. В треугольнике ABC AC=BC=10, AB=12. Найдите cosA.



8. В треугольнике ABC AC=BC=10, AB=16. Найдите tgA.



9. В треугольнике ABC AC=BC, AB=10, высота AH равна 8. Найдите sinA.

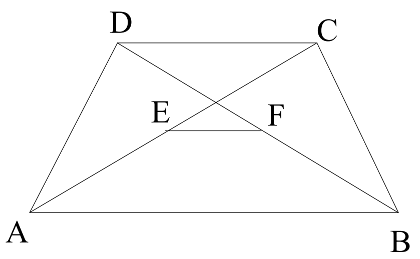


2. Четырёхугольники. Повторяем темы:

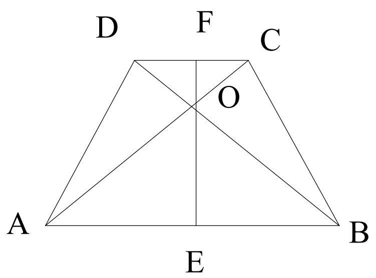
- Средняя линия трапеции
- Свойства четырехугольников
- Периметр четырехугольника

1. Основания трапеции равны 3 и 2. Найдите отрезок, соединяющий середины

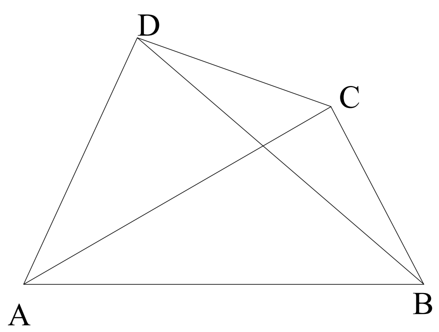
диагоналей трапеции.



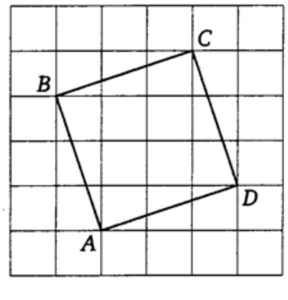
2. В равнобедренной трапеции диагонали перпендикулярны. Высота трапеции равна 12. Найдите её среднюю линию.



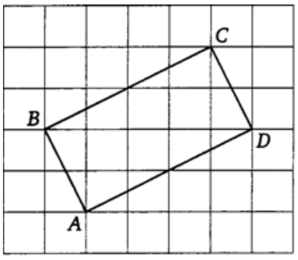
3. Диагонали четырёхугольника равны 4 и 5. Найдите периметр четырёхугольника, вершинами которого являются середины сторон данного четырёхугольника.



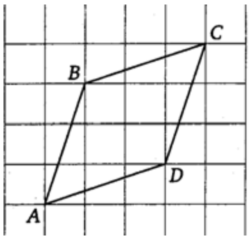
4. Найдите периметр четырёхугольника ABCD, если стороны квадратных клеток равны $\sqrt{10}$.



5. Найдите периметр четырёхугольника ABCD, если стороны квадратных клеток равны $\sqrt{5}$.



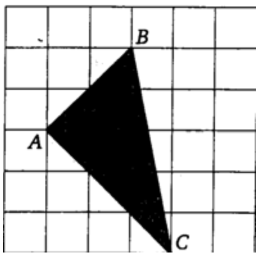
6. Найдите периметр четырёхугольника ABCD, если стороны квадратных клеток равны $\sqrt{10}$.



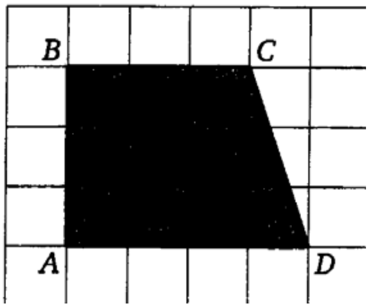
<u>Площадь</u>

- Площадь треугольника
- Площадь параллелограмма
- Площадь ромба
- Площадь квадрата
- Площадь прямоугольника
- Площадь трапеции
- Площадь круга

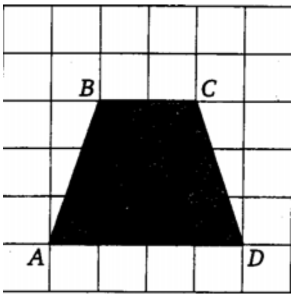
1. Найдите площадь треугольника ABC, считая стороны квадратных клеток равными 1.



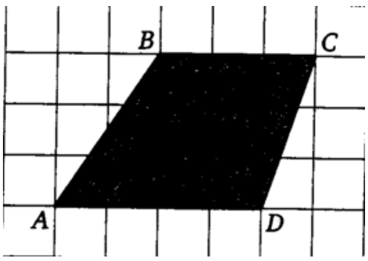
2. Найдите площадь трапеции ABCD, считая стороны квадратных клеток равными 1.



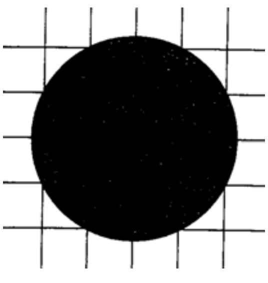
3. Найдите площадь трапеции ABCD, считая стороны квадратных клеток равными 1.



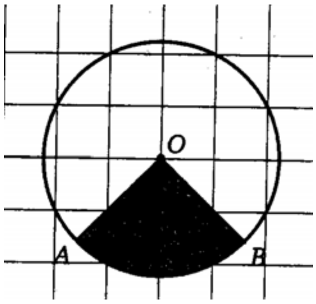
4. Найдите площадь трапеции ABCD, считая стороны квадратных клеток равными 1.



5. Найдите площадь S круга, считая стороны квадратных клеток равными 1. В ответе укажите $\frac{S}{\pi}$.



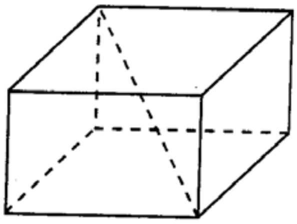
6. Найдите площадь S круга, считая стороны квадратных клеток равными 1. В ответе укажите $\frac{S}{\pi}$.



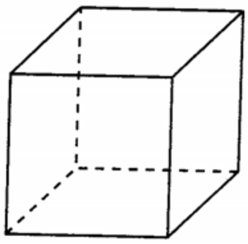
СТЕРЕОМЕТРИЯ

1. Объём фигур в пространстве

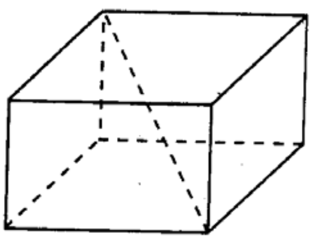
- Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 2, 3. Объём параллелепипеда равен 36. Найдите его диагональ.



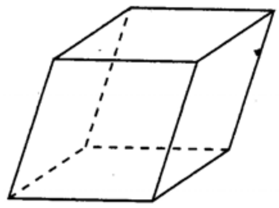
- Если ребро куба увеличить на 1, то его объём увеличится на 19. Найдите ребро куба.



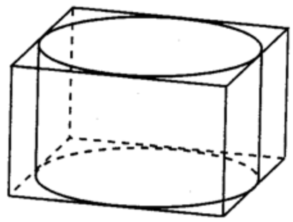
- Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна $\sqrt{6}$ и образует углы 30^0, 45^0, 60^0 с плоскостями граней параллелепипеда. Найдите объём параллелепипеда.



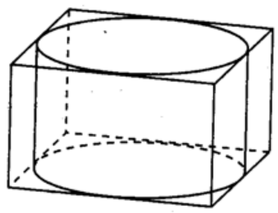
- Гранью параллелепипеда является ромб со стороной 1 и острым углом 60^0. Одно из рёбер параллелепипеда составляет с этой гранью угол в 60^0 и равно 2. Найдите объём параллелепипеда.



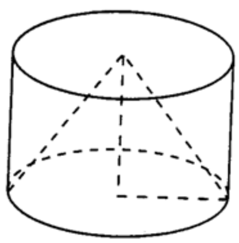
• Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 2. Найдите объём параллелепипеда.

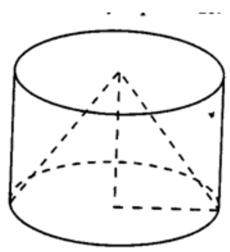


• Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания которого равен 1. Объём параллелепипеда равен 8. Найдите высоту цилиндра.



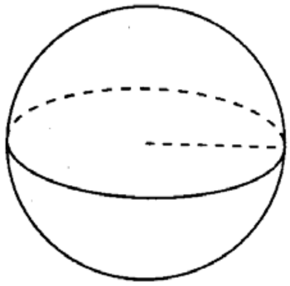
• Цилиндр и конус имеют общие основания и высоту. Найдите объём цилиндра, если объём конуса равен 10.



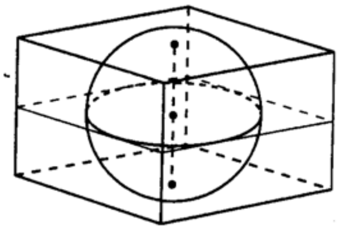


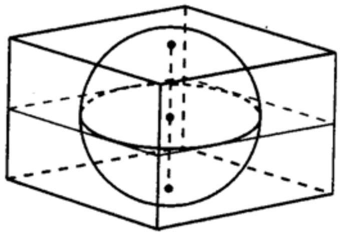
• Цилиндр и конус имеют общие основания и высоту. Найдите объём конуса, если объём цилиндра равен 150.

- Во сколько раз увеличится объём шара, если его радиус увеличится в 3 раза?

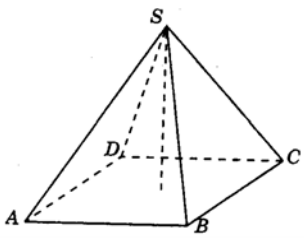


- Прямоугольный параллелепипед описан около сферы радиуса 2. Найдите его объём.

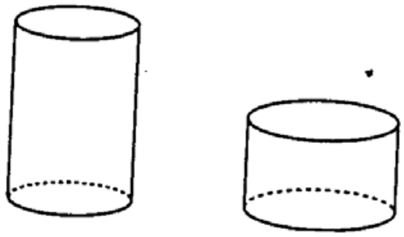




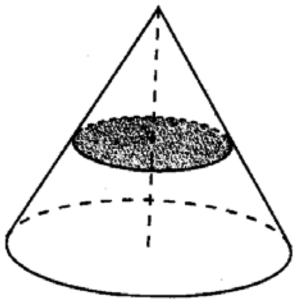
- Объём прямоугольного параллелепипеда, описанного около сферы, равен 216. Найдите радиус сферы.
- В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 6, боковое ребро равно 10. Найдите её объём.



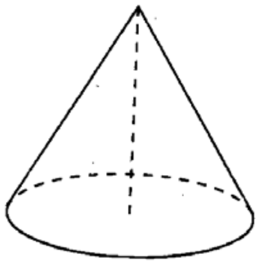
- Одна цилиндрическая кружка вдвое выше второй, зато вторая в полтора раза шире. Найдите отношение объёма второй кружки к объёму первой.



• Объём конуса равен 12. Параллельно основанию конуса проведено сечение, делящее высоту пополам. Найдите объём отсечённого конуса.

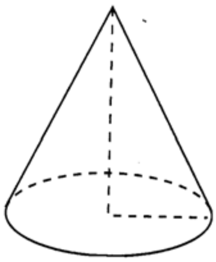


• Высота конуса равна 6, образующая равна 10. Найдите его объём, делённый на π .

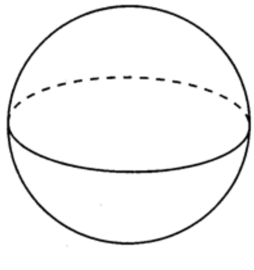


Площадь поверхности

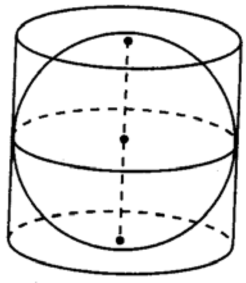
• Во сколько раз уменьшится площадь боковой поверхности конуса, если радиус его основания уменьшится в 1,5 раза?



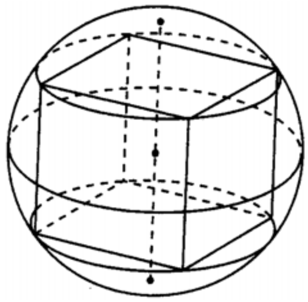
• Площадь большого круга шара равна 1. Найдите площадь поверхности шара.



• Во сколько раз увеличится площадь поверхности шара, если его радиус увеличить в 2 раза?

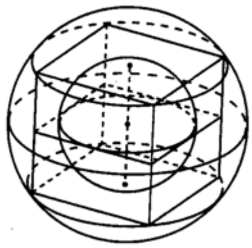


• Около шара описан цилиндр, площадь поверхности которого равна 9. Найдите площадь поверхности шара.



• Около прямоугольного параллелепипеда, измерения которого равны 2, 4 и 6, описан шар. |Найдите площадь его поверхности.

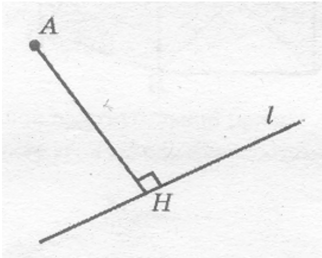
• Во сколько раз площадь поверхности шара, описанного около куба, больше площади поверхности шара, вписанного в этот куб.



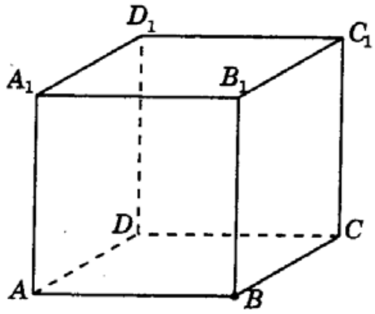
Расстояние от точки до прямой

Расстоянием от точки до прямой в пространстве называется длина перпендикуляра, опущенного из данной точки на данную прямую.

Для нахождения расстояния от точки A до прямой l перпендикуляр AH, опущенный из данной точки на данную прямую, представляют в качестве высоты треугольника, одной вершиной которого является точка A, а сторона BC, противолежащая этой вершине, лежит на прямой l. Зная стороны этого треугольника, можно найти и его высоту.



В единичном кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ найдите расстояние от точки B до прямой AD.

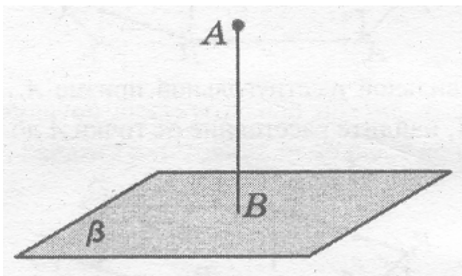


В единичном кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ найдите расстояние от точки B до прямой CD.

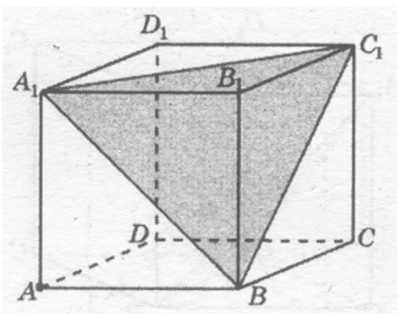
Расстояние между двумя точками в пространстве

- Расстояние от точки до прямой
- Расстояние от точки до плоскости

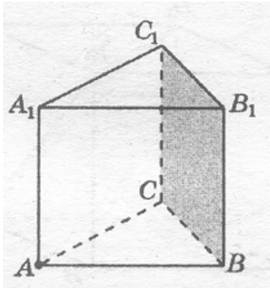
Расстоянием от точки до плоскости в пространстве называется длина перпендикуляра, опущенного из данной точки на данную плоскость.



В единичном кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ найдите расстояние от точки A до плоскости BA_1C_1.

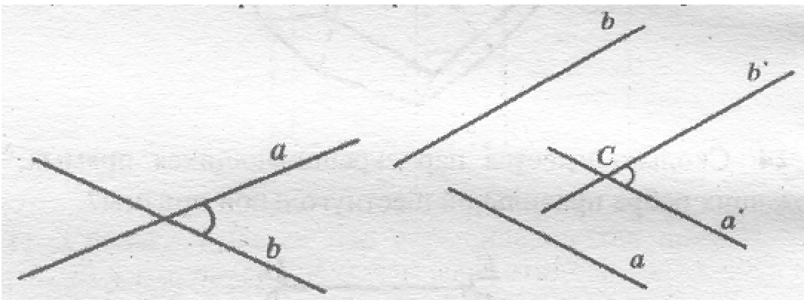


В правильной треугольной призме $ABCDA_1B_1C_1D_1$, все рёбра которой равны 1, найдите расстояние от точки A до плоскости BB_1C_1.



Угол между двумя прямыми

Углом между двумя пересекающимися прямыми в пространстве называется наименьший из углов, образованных лучами, лежащими на этих прямых, с вершиной в точке их пересечения.

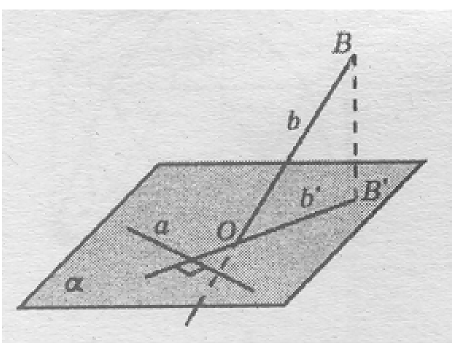


Углом между скрещивающимися прямыми называется угол между пересекающимися прямыми, соответственно параллельными данным.

Две прямые называются перпендикулярными, если угол между ними равен 90^0.

Для установления перпендикулярности скрещивающихся прямых используют следующую теорему о трёх перпендикулярах.

Теорема. Если прямая, лежащая в плоскости, перпендикулярна ортогональной проекции наклонной к этой плоскости, то она перпендикулярна и самой наклонной.



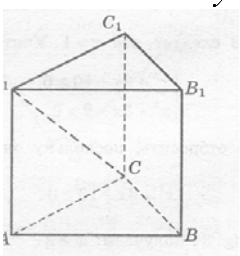
Очень важно чтобы учащиеся знали не только теоретический материал, но и умели находить данные неизвестные на чертеже, построить прямые и найти между ними угол.

При решении задач ребята обращаются к листу-шпаргалке и пользуются опорными задачами, а затем решают самостоятельно.

В связи с тем, что надо повторить очень большой объём изученного материала, поэтому надо в течении изучения предмета геометрии вести тетради для записей, в которых учащиеся с 7 класса по 11 класс ведут записи.

Повторив теорию изученного курса, применить её на практике мы приступаем к решению задач по геометрии уровня В, а затем уровня С.

С2. В правильный треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ все рёбра которой равны 1, найдите косинус угла между прямыми AB и A_1C.



Дано: $ABCA_1B_1C_1$ *– правильная треугольная призма.*

$AA_1=1$

Найти: $\cos(AB, A_1C)$.

Решение.

1) $ABCA_1B_1C_1$ *– правильная треугольная призма, то*

A_1B_1 *и* AB *параллельны, значит* $<(AB;A_1C)=<B_1A_1C$*, так как* AB *и* A_1C *скрещивающиеся прямые.*

2) *В треугольнике* B_1A_1C*: по теореме косинусов получим*

$$\cos(\widehat{A_1B_1}C)=\frac{A_1C^2+A_1B_1{}^2-B_1C^2}{2\mathrm{A}_1C\cdot A_1B_1}=\frac{(\sqrt{2})^2+1-(\sqrt{2})^2}{2\cdot\sqrt{2}\cdot 1}=\frac{1}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{4}$$

$=$

Ответ: $\frac{\sqrt{2}}{4}$

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЕГЭ:

1. Семенова, Л.А. Математика. ЕГЭ : типовые тестовые задания / Л.А. Семенова, И.В. Ященко. – М. : МИОО, 2012. – 56 с.
2. Смирнова, И.М. Геометрия. ЕГЭ : эффективная подготовка / И.М. Смирнова, В.А. Смирнов. – М. : Экзамен, 2011. – 148 с.
3. Смирнов, В.А. Готовься к ЕГЭ. Планиметрия. – М. : Просвещение, 2011. – 120 с.
4. Смирнов, В.А. Готовься к ЕГЭ. Стереометрия. – М. : Просвещение, 2011. – 120 с.
5. Смирнова, И.М. Расстояния и углы в пространстве / И.М. Смирнова, В. А. Смирнов. – М. : Экзамен, 2011. – 160 с.

Систематизация задач по геометрии при подготовке учащихся к ЕГЭ : из опыта работы Парыгиной И.А., учителя математики МКОУ СОШ с. Биджан. – Биробиджан : ОблИПКПР, 2012. – 24 с.

Сверстано и отпечатано в РИО областного ИПКПР
г. Биробиджан, ул. Пионерская, 53.